

**Examen : Informatique Théorique et Automates**  
**Partie Logique et Automates**  
(durée : 2h)

Documents non autorisés

## Exercice 1

1. Construire la table de vérité de la formule

$$F = (((a \implies \bar{b}) \iff \bar{c}).(c + d)).(a \iff d)$$

Est-ce une tautologie ?

2. Construire le diagramme de décision binaire associé à  $F$ .
3. Mettre  $F$  sous forme normale disjonctive.

## Exercice 2

Soit  $E = a\bar{c} + a\bar{b}c$ . Transformer  $E$  en une formule ne contenant que les connecteurs  $\neg$  et  $\implies$ .

## Exercice 3

On considère le raisonnement ci-dessous,  $(C)$  étant la conclusion.

$(H_1)$  S'il fait beau, je vais en mer.

$(H_2)$  Si la marée est basse, l'écluse est fermée.

$(H_3)$  Si l'écluse est fermée, je ne peux aller en mer.

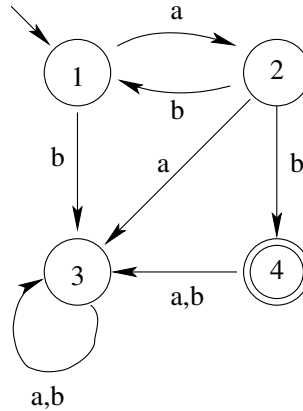
$(H_4)$  La marée est basse et il fait un temps radieux.

$(C)$  Je ne vais pas en mer.

1. Traduire ce raisonnement dans la logique des propositions.
2. Montrer qu'il s'agit d'une tautologie en utilisant le principe de résolution.

## Exercice 4

Soit l'alphabet  $A = \{a, b\}$  et l'automate AUT suivant :



1. Est-il déterministe ? Justifier pourquoi.
2.  $ab$  est-il reconnu ? Justifier la réponse.
3. Déterminiser l'automate AUT.
4. Minimiser l'automate.
5. Utiliser le lemme d'Arden pour donner sous la forme d'une expression régulière le langage reconnu par l'automate AUT.

## Exercice 5

Dans cet exercice on va construire un automate fini complet déterministe reconnaissant les mots sur l'alphabet  $A = \{a, b\}$  contenant le facteur aba et ne contenant pas le facteur bab.

1. Construire un automate fini  $A_1$  incomplet et indéterministe reconnaissant les mots contenant le facteur aba.
2. Construire un automate fini  $A_2$  incomplet et indéterministe reconnaissant les mots contenant le facteur bab.
3. Construire l'automate  $A_3$  complémentaire de  $A_2$ . Détailler les étapes puis essayer de le simplifier.
4. Construire par produit des automates  $A_1$  et  $A_3$  l'automate fini complet déterministe reconnaissant les mots sur l'alphabet  $A = \{a, b\}$  contenant le facteur aba et ne contenant pas le facteur bab.